

/ Herbata z mlekiem

Konkurs: Akademickie Mistrzostwa Polski w Programowaniu Zespołowym 2011

Autor zadania: Tomasz Idziaszek

Pamięć: 32 MB

<https://oi.edu.pl/pl/archive/amppz/2011/her>

Bajtazar podczas ostatniej wizyty na Wyspach Bitockich bardzo zasmakował w narodowym napoju Bitocjan, którym jest herbata z mlekiem. Sposób przyrządzenia i picia tego napoju jest ściśle określony i przebiega według poniższego przepisu. Najpierw napełnia się filiżankę w połowie herbatą, w połowie mlekiem i dokładnie miesza. Następnie ustala się n -literowe słowo *ceremoniału* złożone z liter **H** i **M**. Teraz kolejno dla $i = 1, 2, \dots, n$ wykonuje się, co następuje: jeśli i -tą literą słowa *ceremoniału* jest **H**, to należy wypić połowę napoju z filiżanki, a następnie dolać do pełna herbaty i zamieszać. Jeśli zaś i -tą literą tego słowa jest **M**, to wykonuje się to samo, tylko zamiast herbaty dolewa się mleka. Po wykonaniu tych czynności dla każdej litery słowa *ceremoniału*, pozostały w filiżance napój należy wylać.

Za każdym razem, gdy Bajtazar odprawi powyżej opisaną ceremonię, zastanawia się, czy wypił więcej herbaty, czy też mleka. Pomóż Bajtazarowi w rozwikłaniu tej zagadki.

Wejście

W pierwszym wierszu wejścia znajduje się liczba całkowita n ($1 \leq n \leq 100\,000$). W drugim wierszu znajduje się n -literowe słowo złożone z liter **H** i **M** – jest to słowo *ceremoniału*, którego użył Bajtazar.

Wyjście

Twój program powinien wypisać literę **H**, jeśli Bajtazar wypił więcej herbaty niż mleka; literę **M**, jeśli wypił więcej mleka niż herbaty; lub słowo **HM**, jeśli wypił tyle samo herbaty co mleka.

Przykład

Dla danych wejściowych:

5

HMHHM

poprawną odpowiedzią jest:

H

Wyjaśnienie do przykładu: Bajtazar wypił w sumie $1\frac{37}{64}$ filiżanki herbaty i $\frac{59}{64}$ filiżanki mleka.

/ Rozwiązanie

Gdy, na kilka tygodni przed Akademickimi Mistrzostwami Polski w Programowaniu Zespołowym, Tomasz Idziaszek przedstawił mi swój pomysł na zadanie, nie wydało mi się ono nowe. Już w szkole podstawowej lub gimnazjum, na zajęciach z matematyki zmierzyłem się z problemem Jasia, który pije mieszaninę dwóch napojów i co chwila uzupełnia swoją szklankę. Tamta wersja była jednak znacznie prostsza: Jaś uzupełniał zawartość szklanki bodaj tylko trzy razy, a po ostatniej dolewce wypijał wszystko do dna. Teraz z pewnym wstydem muszę przyznać, że wówczas pracowicie dodawałem z każdą turą coraz bardziej zawiłe ułamki, by obliczać, ile napoju trafiało za każdym razem do żołądka Jasia. Nie wpadłem na to, by po prostu obliczyć, ile napoju wlał on do szklanki...

Niewiele lepiej poradziłem sobie z zadaniem o Bajtazarze, choć tym razem wiedziałem już, że obliczanie ilości wypijanych w każdym kroku napojów nie jest najlepszym pomysłem. A już na pewno prawidłowego wyniku nie da symulacja całego procesu z wykorzystaniem typów zmiennopozycyjnych (np. *double*) wbudowanych w większość języków programowania. Ich ograniczona dokładność nie pozwala na manipulowanie ułamkami, z którymi mamy do czynienia w tym zadaniu.

Jak zatem podejść do tego zadania? Sytuacja upraszcza się trochę, gdy odwrócimy postawione pytanie. Zamiast obliczać, ile herbaty i mleka wypija za każdym razem Bajtazar, zastanówmy się, jakiej części dolanych napojów nie wypije. Innymi słowy, skupmy się na obliczeniu końcowej zawartości filiżanki. Skoro wiemy, ile filiżanek każdego z napojów Bajtazar dołał w trakcie ceremonii, to te informacje wystarczą nam do udzielenia odpowiedzi. Dodatkowo, żeby uniknąć operowania na ułamkach, załóżmy, że filiżanka ma pojemność 2^{n+1} mililitrów i na początku jest w niej 2^n mililitrów mleka i tyleż samo herbaty.

Skupmy się na sytuacji, w której w pierwszej dolewce Bajtazar dodaje 2^n mililitrów herbaty. Zastanówmy się teraz, jak dużo tej herbaty dotrwa do samego końca ceremonii. W drugiej kolejce Bajtazar wypije połowę herbaty z tej dolewki, czyli zostanie jej 2^{n-1} mililitrów; po trzeciej kolejce zostanie 2^{n-2} i tak dalej. Po n kolejkach, czyli $n - 1$ rozcieńczeniach, w filiżance będą więc 2 mililitry pochodzące z pierwszej dolewki.

Druga dolewka będzie rozcieńczana $n - 2$ razy, zatem zdecyduje o 4 mililitrach ostatecznej zawartości filiżanki. Ogólnie, z i -tej dolewki dotrwa w filiżance do końca ceremonii 2^i mililitrów. Oprócz tego, w filiżance pozostanie 1 mililitr herbaty oraz 1 mililitr mleka, które trafiły do niej na samym początku ceremonii.